2007 Advanced Coding Theorem Hw4 solution

1.

(a) Ungerboeck set partition

$\rightarrow$ MSED $= \min\{16 \times 0.586,\ 4 \times 2,\ 2 \times 4\} = 8$

(b)

coding rate $= \dfrac{1+11+15}{16} = 1.6875$

2.

C_a : (4, 1, 4)

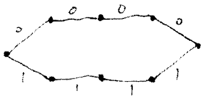
C_b : (4, 3, 2)

C_c : (4, 3, 2)

$CSI_s = \{0.5,\ 1,\ 2,\ 1\}$

$r_i = \{2+4i,\ -8i,\ -18-2i,\ 12\}$.

① 解 a 層

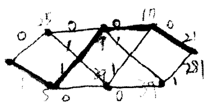


時間	1	2	3	4	5
和 0 距離^2	5	4	8	4	21
和 1 距離^2	2.5	50	160	74	286.5

根據 (4, 1, 4) code 的 trellis

解得 a 層 codeword $C_a = \{0, 0, 0, 0\}$

② 解 b 層

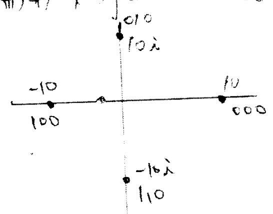


時間	1	2	3	4
和 0 距離^2	25	164	8	4
和 1 距離^2	5	4	648	244

根據 (4, 3, 2) code 的 trellis 和 C_a

解得 b 層 codeword $C_b = \{1, 1, 0, 0\}$

(只需和下列 constellation 比較



)

ex :

$\underset{\nearrow\ \text{time}}{\Delta^2}\ \underset{\nwarrow\ \text{state}}{{}_{1\,0}} = \left|2+4i - \frac{1}{2}(10)\right|^2 = 25$

$\Delta^2_{1\,1} = \left|2+4i - \frac{1}{2}(10i)\right|^2 = 5$

以此類推

② 解 C 層，因 C 層 (4,4,1) code 為一未編碼之 codeword.
重覆第 a 層與 b 層之做法，配合 a, b 兩層已解出之 bit，
可以將 C 層解出 ⇒ $C_c = \{0, 1, 1, 0\}$

由 multistage decoding 知

0	0	0	0
1	1	0	0
0	1	1	0

$\{2 \ 6 \ 4 \ 0\}$ ⇒ transmitted signals.
對應的 information bits 為 (0, 110, 0110)

3 (a)
BCM-1 : MSD : 2   MPD = 0.586^2
BCM-2 : MSD : 2   MPD = 2^2

(b)

Ungerboeck	δ^2	number of nearest neighbor
a	0.586	2
b	2	2
c	4	1

Gray	δ^2	number of nearest neighbor
a	0.586	$\frac{1}{2}$
b	0.586	$\frac{1}{2}$
c	0.586	$\frac{1}{2}$

Mixed	δ^2	number of nearest neighbor
a	0.586	2
b	2	1
c	2	1

BCM-1：
使用 Gray labeling
三層的 component code 相同，可使 $d_i \times \delta_i^2$ 相同，且有最少的 nearest neighbor (因為 MSD 由第一層決定)

BCM-2：
使用 Mixed labeling
因為 MSD 由第二層決定，故選用 Mixed labeling 有較少的 nearest neighbor，且 $d_i \times \delta_i^2$ 大約相同.

$$\cdots \begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix} \begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix} \begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix} \begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix} \begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix} \cdots$$

4、

$$\cdots \begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix} \begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix} \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} \begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix} \begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix} \cdots$$

(a)

(A): 使用 Ungerboeck's set partitioning

$SED = (2+\sqrt{2}) + (2-\sqrt{2}) + 2 = 6$

(B): ∵ infinite symbol interleaving is used

⇒ 所有 "1" 的 bit 平均分散在各 symbol 中

$SED = (2-\sqrt{2})\times 2 + 2\times 2 + 4\times 3 = 20-2\sqrt{2}$

(b)

(A): SD: 3

$PD: (2+\sqrt{2})\times(2-\sqrt{2})\times 2 = 4$

(B): SD: 7

$PD: (2-\sqrt{2})^2 \cdot 2^2 \cdot 4^3$